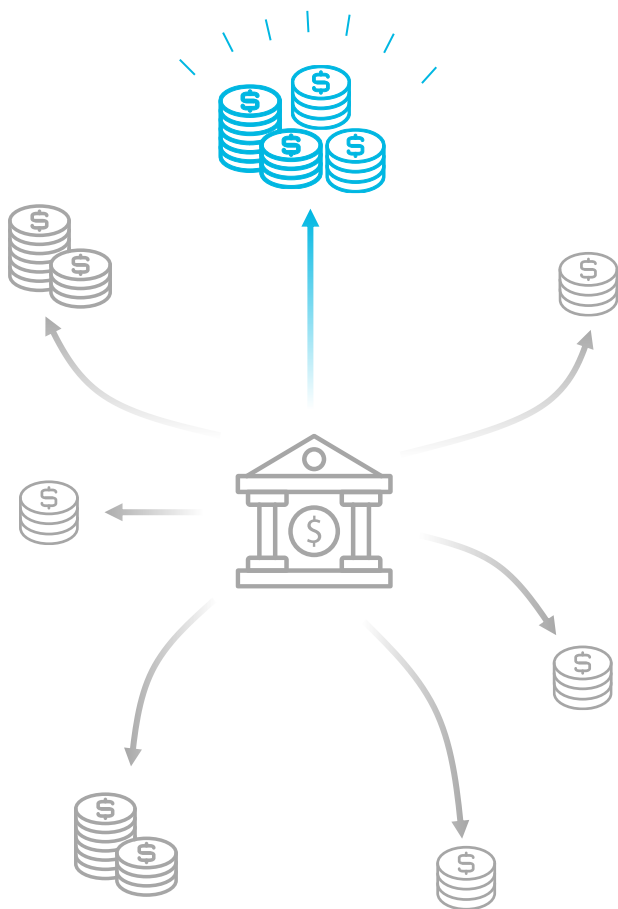




# METODOLOGÍA DE CÁLCULO

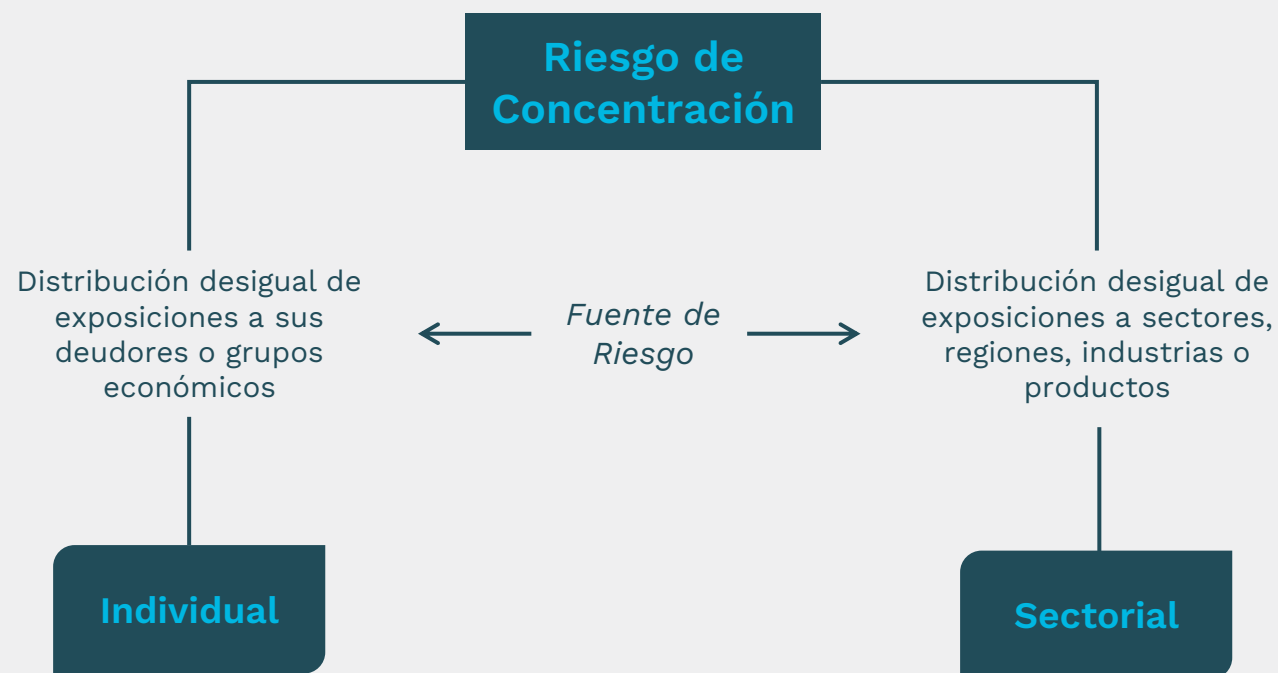
MODELO PARA LA CUANTIFICACIÓN DEL  
RIESGO DE CONCENTRACIÓN DE CRÉDITO

## RIESGO DE CONCENTRACIÓN



”Cualquier exposición individual o grupo de exposiciones con el potencial de producir pérdidas lo suficientemente grandes para amenazar la estabilidad del banco o su habilidad para mantener sus operaciones fundamentales

BCBS, 2006



## SUPUESTO MODELO DE MERTON-VASICEK

### Merton (1974)

$$R_i = \sqrt{\rho}Y_i + \sqrt{1 - \rho}\varepsilon_i$$

Expresión para obtener la probabilidad de incumplimiento de cada individuo  $i$ . Donde es el riesgo sistémico  $Y \sim N(0,1)$ , el cuál es único para todos los deudores  $\varepsilon \sim N(0,1)$

### Vasicek (2002)

$$\mathbb{P}(D_i | Y = y) = \phi \left( \frac{\phi^{-1}(p_i) - \sqrt{\rho_i}y}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right)$$

Ecuación que permite encontrar la probabilidad condicional de incumplimiento para cada contraparte expuesta.

$$F_{p,\rho}^{-1}(\mathbb{P}) = \phi \left( \frac{\phi^{-1}(p_i) + \sqrt{\rho_i}\phi^{-1}(0.999)}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right)$$

Con la ecuación anterior, es posible encontrar la función cuantil para estimar capital.

### Gordy (2002)

$$L = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot PDI_i \cdot Z_i \quad \text{Donde} \quad \omega_i = \frac{E_i}{\sum_{i=1}^N E_i}$$

Haciendo uso del modelo ASFRfuncional simple para  $q_\alpha(L)$  permite encontrar una forma

$$\mathbb{E}(L | Y = q_\alpha(y)) = \phi \left( \frac{\phi^{-1}(p_i) + \sqrt{\rho_i}\phi^{-1}(0.999)}{\sqrt{1 - \rho_i}} \right)$$

Gordy demuestra que:

$$|q_\alpha(L) - \mathbb{E}(L | Y = q_\alpha(Y))| \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$$

### Supuestos clave

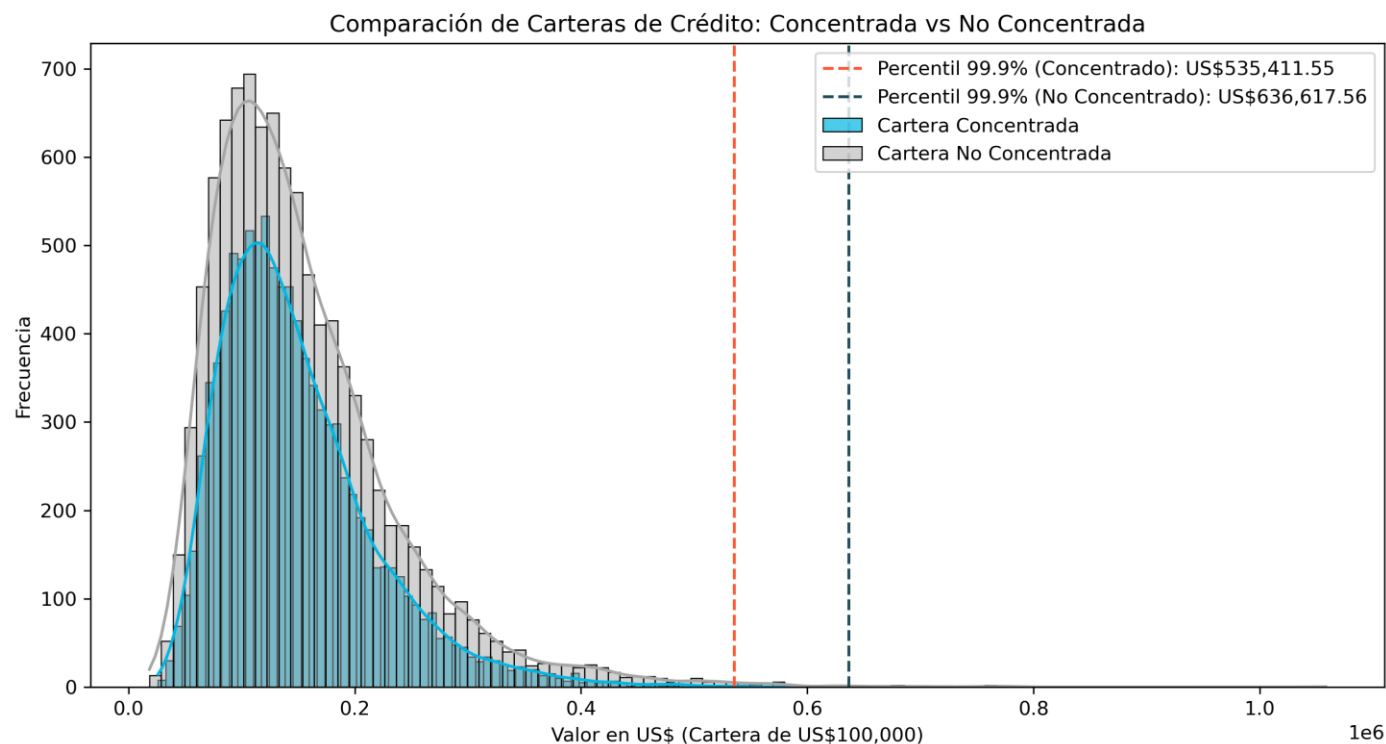
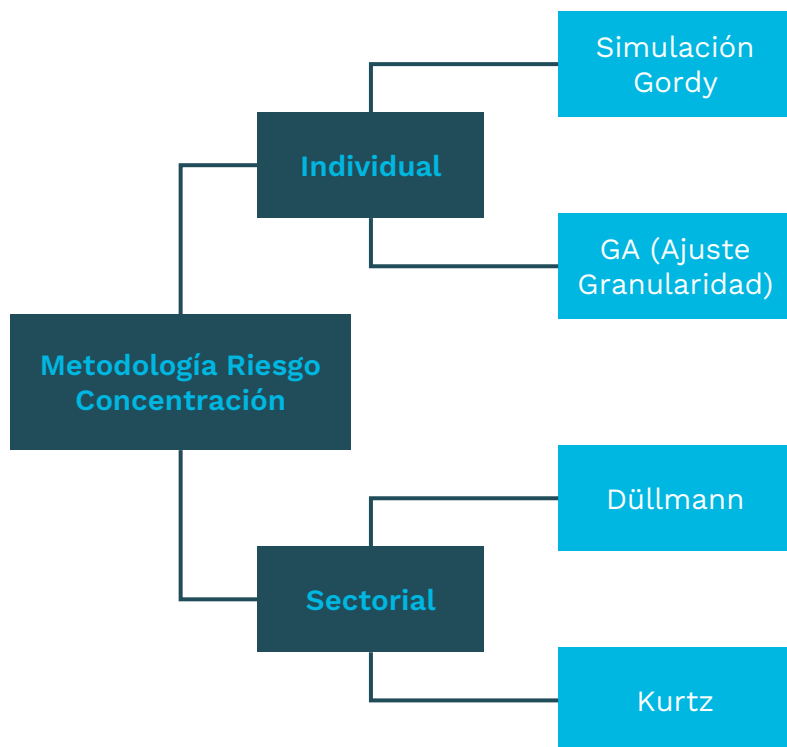
Se asume que la cartera es infinitamente granular. Cada exposición refleja una fracción muy pequeña de la cartera

El riesgo sistémico es común y único para toda la cartera, y, por lo tanto, es el que determina las pérdidas en la cartera

# METODOLOGÍAS RIESGO DE CONCENTRACIÓN



## Gráfico Ilustrativo



Existen diferencias en las distribuciones. Cuando existe concentración, se subestima el riesgo de crédito en la cartera

# RIESGO CONCENTRACIÓN INDIVIDUAL



## Simulación (Gordy)

1. Genero N simulaciones con la expresión de Merton, generando dos vectores aleatorios que distribuyen  $N \sim (0,1)$

$$R_i = \rho Y_i + \sqrt{1 - \rho^2} \varepsilon_i$$

2. Evalúo el resultado de  $R_i$  con la probabilidad de incumplimiento de cada deudor. Si el valor es menor o igual, entonces es 1, en caso contrario es 0.

$$Z_i = \begin{cases} 1 & R_i \leq \Phi^{-1}(p_i) \\ 0 & R_i > \Phi^{-1}(p_i) \end{cases}$$

3. El resultado de cada iteración lo multiplico tanto con la LGD como con el peso relativo de la exposición. La suma de todas las N iteraciones generan la distribución de pérdida, donde se estima el percentil 99,9%

$$L = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot LGD_i \cdot Z_i \quad q_\alpha(L) = \min\{x \mid F_L(x) > \alpha\}$$

4. Se estima el requerimiento de capital mínimo; diferencia entre el percentil 99,9% y la pérdida esperada de la cartera.

$$RCM_{SIM} = q_\alpha(L) - \sum_{i=1}^N LGD_i p_i w_i$$

## GA (Ajuste por Granularidad)

Método directo que calcula el requerimiento de capital mínimo a través de la siguiente ecuación:

$$GA = \frac{1}{2K^*} \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \left[ \left( \delta C_i (K_i + R_i) + \delta (K_i + R_i)^2 \cdot \frac{\mathbb{V}(LGD_i)}{\mathbb{E}(LGD_i)^2} \right) - K_i \left( C_i + 2(K_i + R_i) \cdot \frac{\mathbb{V}(LGD_i)}{\mathbb{E}(LGD_i)^2} \right) \right]$$

$\omega_i^2$  Peso relativo de la exposición sobre el total de la cartera al cuadrado

$R_i$  Pérdida Esperada de la exposición  $i$

$K_i$  Es el capital requerido según modelo de Vasicek (IRB)

$\mathbb{V}(LGD_i)$  Es la varianza de la LGD. Se puede estimar también como:

$$\mathbb{V}(LGD_i) = \gamma \mathbb{E}(LGD_i) (1 - \mathbb{E}(LGD_i)) \quad \text{Con } \gamma = 0.25$$

$$C_i = \frac{\mathbb{V}(LGD_i) + \mathbb{E}(LGD_i)^2}{\mathbb{E}(LGD_i)}$$

$$K_i^* = \sum_{i=1}^N \omega_i K_i \quad \text{Capital regulatorio total requerido}$$

# RIESGO CONCENTRACIÓN SECTORIAL



## Simulación (Düllmann)

1. Genero N simulaciones con la expresión de Merton, pero descomponiendo  $Y_i$  por descomposición de Cholesky y  $\varepsilon \sim N(0,1)$

$$R_i = \rho Y_s + \sqrt{1 - \rho^2} \varepsilon_i \quad Y_s = \sum_{k=1}^K \alpha_{sk} Z_k \quad \text{con} \quad \sum_{k=1}^K \alpha_{sk}^2 = 1$$

2. Evalúo el resultado de  $R_i$  con la probabilidad de incumplimiento de cada deudor. Si el valor es menor o igual, entonces es 1, en caso contrario es 0.

$$Z_i = \begin{cases} 1 & R_i \leq \Phi^{-1}(p_i) \\ 0 & R_i > \Phi^{-1}(p_i) \end{cases}$$

3. El resultado de cada iteración lo multiplico tanto con la LGD como con el peso relativo de la exposición. La suma de todas las N iteraciones generan la distribución de pérdida, donde se estima el percentil 99,9%

$$L = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot LGD_i \cdot Z_i \quad q_\alpha(L) = \min\{x \mid F_L(x) > \alpha\}$$

4. Se estima el requerimiento de capital mínimo; diferencia entre el percentil 99,9% y la pérdida esperada de la cartera.

$$RCM_{SIM} = q_\alpha(L) - \sum_{i=1}^N LGD_i p_i w_i$$

## Simulación (Kurtz)

1. A través de un método analítico se puede generar el cálculo de capital económico por riesgo de concentración sectorial.

$$CCS_\alpha(s) := EC_\alpha(s) - EC_\alpha^{NC}(s)$$

2. Si descomponemos cada componente del capital económico por concentración sectorial tenemos que:

$$EC_\alpha(s) := \mathbb{E} [L(s) \mid L(P) = t_\alpha^P] - \mathbb{E}(L(s))$$

$$EC_\alpha(s)^{NC} := \mathbb{E} [L(s) \mid L(P \setminus s) = t_\alpha^{P \setminus s}] - \mathbb{E}(L(s))$$

3. Finalmente, el cálculo de concentración sectorial de la cartera se estima sumando los capitales económicos de cada sector individual menos el complemento de capital económico por sector no concentrado.

$$CCS_\alpha(P) = \mathbb{E} [L(P) \mid L(P) = t_\alpha^P] - \sum_s \mathbb{E} [L(s) \mid L(P \setminus s) = t_\alpha^{P \setminus s}]$$

## CONSIDERACIONES



### Metodología Individual

- ✓ Para el método de simulaciones existe un costo computacional elevado dado que se quiere conseguir un percentil estable en la cola de la distribución.
- ✓ Estimación de parámetros internos tanto de probabilidades de incumplimiento **PD** como pérdidas dado el incumplimiento **LGD** de la cartera.
- ✓ Estimación del factor de sensibilidad  $\rho_i$  para cada deudor a través del cálculo normativo de la RAN 21-06 o metodología interna: método de los momentos o máxima verosimilitud.

#### RAN 21-06

$$\rho_i = 0.12 \cdot \left( \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} \right) + 0.24 \cdot \left( 1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} \right)$$

#### Método de los Momentos

$$\rho_i = \frac{\mathbb{V}(PD_i)}{1 + \mathbb{V}(PD_i)}$$

- ✓ Se recomienda utilizar la metodología de Ajuste por Granularidad (GA) ya que genera el cálculo directo de cargo por concentración individual sin tanto costo computacional.

### Metodología Sectorial

- ✓ Para el método de Düllmann existe un costo computacional elevado dado que se quiere conseguir un percentil estable en la cola de la distribución.
- ✓ La estimación de la matriz de correlación tanto para la metodología de Düllmann como de Kurtz es sensible al cálculo final. Se debe optar por la mejor opción y fundamentarla.
- ✓ Existencia de un trade off entre la metodología de Düllmann y Kurtz, donde se elige entre costo computacional de simulaciones versus estabilidad en el cálculo, pero con un cargo de capital más elevado.



**Nicolás Adriazola**

Partner & Co-Founder



**Dikson Pradenas**

Partner & Co-Founder



**Víctor Quezada**

Financial Risk Manager



ARMMA | Advisory Services | Technology and Analytics Solutions

#### Acerca de ARMMA

ARMMA es una consultora en gestión de riesgos y soluciones tecnológicas. Nuestros servicios ayudan a impulsar el éxito sostenible de nuestros clientes en diversas industrias. Nos comprometemos a trabajar en equipo para cumplir con nuestras promesas hacia todos los interesados. A través de nuestro trabajo, desempeñamos un papel en la mejora de la estabilidad financiera y la promoción de la innovación para nuestros clientes, nuestro equipo y las comunidades que servimos. ARMMA CONSULTING LIMITADA opera como una firma de consultoría independiente, proporcionando servicios de asesoría y tecnología adaptados a las necesidades únicas de nuestros clientes. Para más información sobre nuestra organización, visita [armma.cl](https://armma.cl).

©2024 ARMMA CONSULTING LIMITADA.

Todos los derechos reservados.

Alonso de Córdova 5870, Piso 5, Las Condes, Santiago, Chile.

Este material ha sido preparado con fines informativos generales y no debe ser considerado como asesoramiento profesional en gestión de riesgos o tecnología. Por favor, consulta a tus asesores para obtener recomendaciones específicas.

[armma.cl](https://armma.cl)

#### CONTÁCTANOS

##### **Dikson Pradenas**

Partner & Co-Founder  
ARMMA Consulting  
[dpradenas@armma.cl](mailto:dpradenas@armma.cl)  
+569 9748 7311

##### **Nicolás Adriazola**

Partner & Co-Founder  
ARMMA Consulting  
[nadriazola@armma.cl](mailto:nadriazola@armma.cl)  
+569 9310 6460

##### **Victor Quezada**

Financial Risk Manager  
ARMMA Consulting  
[vquezada@armma.cl](mailto:vquezada@armma.cl)  
+569 4523 3037



# METODOLOGÍA DE CÁLCULO

MODELO PARA LA CUANTIFICACIÓN DEL  
RIESGO DE CONCENTRACIÓN DE CRÉDITO